Задания для самостоятельной работы.

Перечень тем по дисциплине «Прикладная математика».

1. Решение нелинейного уравнения методом бисекции.
2. Решение нелинейного уравнения методом простой итерации.
3. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
4. Решение систем линейных уравнений методом простой итерации.
5. Интерполяция многочленами.
6. Аппроксимация по методу наименьших квадратов.
7. Вычисление определенного интеграла.
8. Решение дифференциальных уравнений.

В период между сессиями студентам необходимо выполнить лабораторные работы, оформленные в виде Контрольной работы. Работы выполняются в электронных таблицах EXCEL и оформляются в виде рабочей книги. Каждая работа может быть выполнена на отдельном ЛИСТЕ или отдельной КНИГЕ. Выполненные работы должны быть высланы на адрес электронной почты mvm-math@rambler.ru не позднее 2-х недель до начала сессии. Приложенный файл необходимо запаковать и озаглавить своей фамилией. Работы выполняются согласно своему варианту по списку группы.

Лабораторные работы 2, 4 и 8 по соответствующим темам являются дополнительными.

Лабораторная работа 1.

Решить нелинейное уравнение $f(x) = 0$ с точностью ε=0,001 используя метод бисекции.

Решение задачи предполагает следующие шаги:

1. Произвести табулирование заданной функции на некотором интервале с целью выявления (локализации) корней уравнения $f(x) = 0$(т.е найти отрезок $[a,\ b]$, на котором функция $f(x)$ удовлетворяет условиям теоремы Больцано-Коши).
2. Построить график исследуемой функции.
3. Разобраться в структуре приведенного в **Примере** макроса.
4. Внести необходимые изменения в макросе, составить подпрограммы для вычисления необходимых функций. (Функцию *arccosx*, если необходимо, рекомендуется также оформить отдельной подпрограммой).
4. Запустить макрос, записать полученное решение.

Номер варианта	$f(x)$	Номер варианта	$f(x)$
1	$\ln\frac{1+x}{1-x}-\cos x^2$	11	$e^x-\arccos\sqrt{x}$
2	$shx-x+1$	12	$e^{\frac{1}{x^2}}-\ln x$
3	$arctgx-\ln x$	13	$\ln^2 x-\frac{1}{x}$
4	$chx-\frac{4x^3}{1+x^2}$	14	$e^{-x}-x^3$
5	$\frac{1}{3+2\cos x}-x^3$	15	$arctgx-\frac{1}{x}$
6	$\ln\frac{1+x}{1-x}-\frac{1}{x}$	16	$\ln x-\frac{1}{1+x^2}$
7	$e^x-3-\cos x$	17	$\ln\ln x-e^{-x^2}$
8	$e^{-x}-arctgx$	18	$arctg\left(\frac{1}{x}\right)-x^2$
9	$2^{e^x}+x$	19	$tgx-\frac{1}{x}$
10	$\arccos x^2-x$	20	$x^4-13x^2+36-\frac{1}{x}$

Пример. Найти отличный от нуля корень уравнения $x^2-5\sin x=0$. Искомый корень лежит на отрезке $[1{,}57;\ 3{,}14]$.

Текст программы.

```
Sub bis()
Dim a As Single, b As Single, eps As Single
a = Range("a").Value
b = Range("b").Value
eps = Range("eps").Value
10 fa = fnf(a)
 fb = fnf(b)
 c = (a + b) / 2!
fc = fnf(c)
If fc = 0 Then GoTo 20
If Abs(a - b) < eps Then GoTo 20
```

```
If fa * fc < 0 Then b = c Else a = c
GoTo 10
20 Range("c6").Value = c
   Range("fc").Value = fc

   End Sub

Function fnf(x) As Single

fnf  =x^2-5*SIN(x)
End Function
```

Обозначения в программе a – левый конец интервала, b – правый конец интервала, eps – погрешность.

Вычисления по программе дадут следующий результат: $x = 2{,}0882$.

Лабораторная работа 2.

Решить нелинейное уравнение $f(x)$ = 0 с точностью ε=0,001 используя ***метод простой итерации***.

Решение задачи предполагает следующие шаги:

1. Графически или аналитически отделить корень уравнения $f(x) = 0$.

2. Преобразовать уравнение к виду $x = \varphi(x)$ так, чтобы в некоторой окрестности $[a, b]$ корня $\bar{x}$ производная $\varphi'(x)$ удовлетворяла условию $|\varphi'(x)| \le q < 1$. При этом следует помнить, что чем меньше q, тем быстрее последовательные приближения сходятся к корню.

Обосновать выбор итерационной функции $\varphi(x)$.

3. Разобраться в структуре приведенного в **Примере** макроса.

4. Внести необходимые изменения в макрос, составить подпрограммы для вычисления необходимых функций. (Функцию *arccosx*, если необходимо, рекомендуется также оформить отдельной подпрограммой).

5. Выбрать начальное приближение, лежащее на отрезке $[a, b]$, запустить макрос, записать полученное решение и значение функции в точке найденного корня.

Номер варианта	$f(x)$	Номер варианта	$f(x)$
1	$x - e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$	11	$\arccos(e^x - 3) - x$
2	$e^x - \arccos\sqrt{x}$	12	$e^{-x^2} - \sqrt{x}$
3	$x - \dfrac{1}{arctgx}$	13	$\lg\ln x - \dfrac{1}{1+x^2}$
4	$\ln x - \dfrac{1}{1+x^2}$	14	$\dfrac{1}{3+2\cos x} - x^3$
5	$x - arctg(1/x)$	15	$arctgx - \ln x$
6	$x - \dfrac{1}{x^4 - 13x^2 + 36}$	16	$e^x - 3 - \cos x$
7	$x - \ln\left(x - 1 + \sqrt{(x-1)^2 + 1}\right)$	17	$\ln\dfrac{1+x}{1-x} - \dfrac{1}{x}$
8	$\ln\ln x - e^{-x^2}$	18	$e^x + arctgx$
9	$\arcsin\dfrac{2x}{1+x^2} - e^{-x^2}$	19	$x - e^{2x^2 - x^4 - 1}$
10	$\ln^2 x - \dfrac{1}{x}$	20	$\dfrac{1+x}{1-x} - e^{\frac{1}{x}}$

Пример. Найти отличный от нуля корень уравнения $e^x \cdot sinx - 1 = 0$. Отрезок локализации корня $[0; \pi/2]$. $\varphi(x) = x - 0{,}6(e^x \cdot \sin x - 1)$

```
Sub iteration()
Dim x0 As Single, eps As Single
x0 = Range("a").Value
eps = Range("eps").Value
 k = 0
 x = x0
```

```
10 y = fnf(x)
    k = k + 1
If fnf1(x) = 0 Then GoTo 20
If Abs(y - x) < eps Then GoTo 20
x = y
GoTo 10
20 Range("c6").Value = k
   Range("c8").Value = x
   Range("c10").Value = fnf1(x)


   End Sub


Function fnf(x) As Single
fnf = x – 0.6*(Exp(x)*Sin(x) - 1)
End Function

Function fnf1(x) As Single
fnf1 = Exp(x)*Sin(x) - 1
End Function
```

Начальное приближение x_0 = 0,7. Корень уравнения x = 0,5886.

Лабораторная работа 3.

Дана расширенная матрица системы линейных уравнений. Решить систему методом Гаусса.

Разобраться в структуре приведенного макроса для решения системы. Использовать макрос для решения системы линейных уравнений.

Номер варианта	Матрица коэффициентов системы А			Столбец свободных членов В
1	1,84	2,25	2,53	-6,09
	2,32	2,60	2,82	-6,98
	1,83	2,06	2,24	-5,52
2	2,58	2,93	3,13	-6,66
	1,32	1,55	1,58	-3,58
	2,09	2,25	2,34	-5,01
3	2,18	2,44	2,49	-4,34
	2,17	2,31	2,49	-3,91
	3,15	3,22	3,17	-5,27
4	1,54	1,70	1,62	-1,97
	3,69	3,73	3,59	-3,74
	2,45	2,43	2,25	-2,26
5	1,53	1,61	1,43	-5,13
	2,35	2,31	2,07	-3,69
	3,83	3,73	3,45	-5,98
6	2,36	2,37	2,13	1,48
	2,51	2,40	2,10	1,92
	2,59	2,41	2,06	2,16
7	3,43	3,38	3,09	5,52
	4,17	4,00	3,65	6,93
	4,30	4,10	3,67	7,29
8	3,88	3,78	3,45	10,41
	3,00	2,79	2,39	8,36
	2,67	2,37	1,96	7,62
9	3,40	3,26	2,90	13,05
	2,64	2,39	1,96	10,30
	4,64	4,32	3,85	17,89
10	2,53	2,36	1,93	12,66
	3,95	4,11	3,66	21,97
	2,78	2,43	1,94	13,93
11	2,16	1,96	1,56	13,16
	3,55	3,23	2,78	21,73
	4,85	4,47	3,97	29,75
12	2,69	2,47	2,07	19,37
	2,73	2,39	1,92	19,43
	2,93	2,52	2,02	20,80
13	3,72	3,47	3,06	30,74
	4,47	4,10	3,63	36,80
	4,96	4,53	4,01	40,79
14	4,35	4,39	3,67	40,15
	4,04	3,65	3,17	36,82
	3,14	2,69	2,17	28,10

Номер варианта	Матрица коэффициентов системы A			Столбец свободных членов B
15	4,07	3,79	3,37	40,77
	2,84	2,44	1,95	27,68
	4,99	4,50	3,97	49,37
16	3,19	2,89	2,47	33,91
	4,43	4,02	3,53	47,21
	3,40	2,92	2,40	32,92
17	2,57	2,26	1,84	28,66
	4,47	4,03	3,57	50,27
	4,89	4,40	3,87	55,03
18	2,83	2,50	2,08	33,28
	3,00	2,55	2,07	33,59
	3,72	3,21	2,68	43,43
19	3,78	3,44	3,02	46,81
	4,33	3,88	3,39	53,43
	4,76	4,24	3,71	58,73
20	4,59	4,24	3,82	59,54
	4,83	4,36	3,88	62,33
	4,06	3,53	3,01	52,11

Макрос для решения системы уравнений методом Гаусса:

```
Sub lin()
n = Range("c2").Value
Dim a(100, 100), b(100), x(100)
For i = 1 To n
For j = 1 To n
a(i, j) = Cells(i + 3, j + 1).Value
Next j
b(i) = Cells(i + 3, 5).Value
Next i
For i = 1 To n - 1
For j = i + 1 To n
a(j, i) = -a(j, i) / a(i, i)
For k = i + 1 To n
a(j, k) = a(j, k) + a(j, i) * a(i, k)
Next k
b(j) = b(j) + a(j, i) * b(i)
Next j
Next i

x(n) = b(n) / a(n, n)
For i = n - 1 To 1 Step -1
h = b(i)
For j = i + 1 To n
h = h - x(j) * a(i, j)
Next j
x(i) = h / a(i, i)
```

```
Next i

For i = 1 To n
Cells(i + 3, 7).Value = "x"
 Cells(i + 3, 8).Value = x(i)
Next i
End Sub
```

Пример. Решить систему трех линейных уравнений методом Гаусса

Матрица коэффициентов системы A			Столбец свободных членов B
3.4	3.26	2.9	13.05
2.64	2.39	1.96	10.3
4.64	4.32	3.85	17.89

Получаемые результаты:
x_1=4.46128
x_2= - 0.246747
x_3= - 0.45308

Лабораторная работа 4.

Решить систему линейных уравнений методом простых итераций (Якоби).

Разобраться в структуре приведенного макроса для решения системы. Использовать для решения.

Номер варианта	Матрица системы				Правая часть
1	.4000	.0003	.0008	.0014	.1220
	-.0029	-.5000	-.0018	-.0012	-.2532
	- .0055	- .0050	-1.4000	-.0039	- .9876
	-.0082	-.0076	- .0070	-2.3000	-2.0812
2	1.7000	.0003	.0004	.0005	.6810
	.0000	.8000	.0001	.0002	.4803
	-.0003	-.0002	-.1000	.0000	-.0802
	- .0005	- .0004	- .0003	-1.0000	-1.0007
3	3.0000	.0038	.0049	.0059	1.5136
	.0011	2.1000	.0032	.0043	1.4782
	- .0005	.0005	1.2000	.0026	1.0830
	-.0022	-.0011	-.0001	.3000	.3280
4	4.3000	.0217	.0270	.0324	2.6632
	.0100	3.4000	.0207	.0260	2.7779
	.0037	.0090	2.5000	.0197	2.5330
	-.0027	.0027	.0080	1.6000	1.9285
5	5.6000	.0268	.0331	.0393	4.0316
	.0147	4.7000	.0271	.0334	4.3135
	.0087	.0150	3.8000	.0274	4.2353
	.0028	.0090	.0153	2.9000	3.7969
6	6.9000	.0319	.0390	.0461	5.6632
	.0191	6.0000	.0333	.0405	6.1119
	.0134	.0205	5.1000	.0348	6.2000
	.0077	.0149	.0220	4.2000	5.9275
7	8.2000	.0370	.0451	.0532	7.5591
	.0234	7.3000	.0396	.0477	8.1741
	.0179	.0260	6.4000	.0422	8.4281
	.0124	.0205	.0286	5.5000	8.3210
8	9.5000	.0422	.0513	.0604	9.7191
	.0278	8.6000	.0459	.0550	10.5000
	.0224	.0315	7.7000	.0496-	10.9195
	.0170	.0261	.0351	6.8000	10.9775
9	10.8000	.0475	.0576	.0676	12.1430
	.0321	9.9000	.0523	.0623	13.0897
	.0268	.0369	9.0000	.0570	13.6744
	.0215	.0316	.0416	8.1000	13.8972
10	12.1000	.0528	.0639	.0749	14.8310
	.0365	11.2000	.0586	.0697	15.9430
	.0312	.0423	10.3000	.0644	16.6926
	.0260	.0370	.0481	9.4000	17.0800
11	13.4000	.0581	.0702	.0822	17.7828
	.0408	12.5000	.0650	.0770	19.0599
	.0356	.0477	11.6000	.0718	19.9744

	.0304	.0425	.0546	10.7000	20.5261
12	14.7000	.0635	.0765	.0896	20.9985
	.0452	13.8000	.0714	.0844	22.4406
	.0400	.0531	12.9000	.0793	23.5195
	.0349	.0479	.0610	12.0000	24.2352
13	16.0000	.0688	.0829	.0970	24.4781
	.0496	15.1000	.0777	.0918	26.084
	.0444	.0585	14.2000	.0867	27.3281
	.0393	.0534	.0674	13.3000	28.2078
14	17.3000	.0741	.0892	.1043	28.2215
	.0539	16.4000	.0841	.0992	29.9928
	.0488	.0639	15.5000	.0941	31.4001
	.0437	.0588	.0739	14.6000	32.4435
15	23.8000	.1010	.1212	.1414	50.8968
	.0757	22.9000	.1161	.1363	53.4873
	.0707	.0909	22.0000	.1313	55.7118
	.0656	.0858	.1060	1.1000	57.5703
16	19.9000	.0849	.1020	.1191	36.5001
	.0626	19.0000	.0969	.1140	38.5997
	.0576	.0747	18.1000	.1090	40.3345
	.0525	.0696	.0867	17.2000	41.7045
17	21.2000	.0902	.1084	.1265	41.0351
	.0670	20.3000	.1033	.1215	41.2986
	.0619	.0801	19.4000	.1164	45.1968
	.0569	.0750	.0932	18.5000	46.7299
18	22.5000	.0956	.1148	.1339	45.8340
	.0714	21.6000	.1097	.1289	48.2611
	.0663	.0855	20.7000	.1238	50.3226
	.0612	.0804	.0996	19.8000	52.0184
19	23.8000	.1010	.1212	.1414	50.8968
	.0757	22.9000	.1161	.1363	53.4873
	.0707	.0909	22.0000	.1313	55.7118
	.0656	.0858	.1060	21.1000	57.5703
20	25.1000	.1063	.1276	.1488	56.2234
	.0801	24.2000	.1225	.1437	58.9772
	.0750	.0963	23.3000	.1387	61.3645
	.0700	.0912	.1124	22.4000	63.3853

Макрос для решения системы уравнений методом простой итерации:

```
Sub lin2()
n = Range("c2").Value
e = Range("c3").Value
Dim a(100, 100), b(100), X(100), z(100)
For i = 1 To n
For j = 1 To n
a(i, j) = Cells(i + 3, j + 1).Value
Next j
b(i) = Cells(i + 3, n + 2).Value
Next i
```

```
s = 0
For i = 1 To n:
z(i) = Cells(i + 3, 9).Value
Next i
100 K = 0
For i = 1 To n
X(i) = -b(i)

For j = 1 To n
X(i) = X(i) + a(i, j) * z(j)
Next j:
If Abs(X(i) / a(i, i)) >= e Then K = 1
X(i) = z(i) - X(i) / a(i, i)
Next i
For i = 1 To n: z(i) = X(i)
Next i
s = s + 1
If K = 1 Then GoTo 100


For i = 1 To n
Cells(i + 3, 7).Value = "x"
Cells(i + 3, 8).Value = i
 Cells(i + 3, 9).Value = X(i)
Next i
Range("k4").Value = s
End Sub
```

Пример.

Решить систему уравнений, матрица которой задана как

Матрица системы				Правая часть
0,4	0,0003	0,0008	0,0014	0,122
-0,0029	-0,5	-0,0018	-0,0012	-0,2532
-0,0055	-0,005	-1,4	-0,0039	-0,9876
-0,0082	-0,0076	-0,007	-2,3	-2,0812

Полученное решение:

x	1	0,300075
x	2	0,49998
x	3	0,699957
x	4	0,900018

Лабораторная работа 5.

Функция задана таблично. Найти значения функции при указанных значениях аргумента, используя линейную и квадратичную интерполяцию.

1. Значение в точке x_1, x_2 используя многочлен Лагранжа 1 – ой степени. (Кусочно – линейная интерполяция.)

2. Значение в точке x_1, x_2 используя многочлен Лагранжа 2 – ой степени. (Кусочно – квадратичная интерполяция).

Для расчетов использовать электронные таблицы EXCEL.

Отчет по лабораторной работе должен содержать постановку задачи, формулы расчета, полученный результат.

№	Таблица значений					x_1, x_2
1	x	-2	-1	0	1	-1.25, -0.251
	y	4	1	-2	-3	
2	x	-1	0	1	2	-0.25, 0.135
	y	1	-2	-3	-1	
3	x	0	1	2	3	0.75, 1.239
	y	-2	-3	-1	0	
4	x	1	2	3	4	1.75, 2.238
	y	-3	-1-	0	7	
5	x	2	3	4	5	2.75, 3.456
	y	-1	0	7	4	
6	x	3	4	5	6	3.75, 4.658
	y	0	7	4	1	
7	x	1	2	3	4	1.75, 2.189
	y	4	1	-2	-3	
8	x	-4	-3	-2	-1	-3.25, -2.547
	y	1	-2	-3	-1	
9	x	3	4	5	6	3.75, 4.887
	y	-2	-3	-1	0	
10	x	4	5	6	7	4.75, 5.624
	y	-3	-1	0	7	
11	x	5	6	7	8	5.75, 6.357
	y	-1	0	7	4	
12	x	6	7	8	9	6.75, 7.874
	y	0	7	4	1	
13	x	-5	-4	-3	-2	-4.25, -3.552
	y	-2	-3	-1	0	
14	x	3	4	5	6	3.75, 4.269
	y	4	1	-2	-3	
15	x	2	3	4	5	2.75, 3.158
	y	1	-2	-3	-1	
16	x	-3	-2	-1	0	-2.25, -1.267
	y	-2	-3	-1	0	
17	x	-2	-1	0	1	-1.25, -0.364
	y	-3	-1	0	7	

Лабораторная работа 6.

Используя электронные таблицы EXCEL методом наименьших квадратов аппроксимировать функциональную зависимость, заданную таблично. В качестве аппроксимирующего многочлена выбрать параболу.

Порядок выполнения работы.

1. Записать вид аппроксимирующей функции и составить систему уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов.
2. Составить таблицу для нахождения значений c_i и b_i.
3. Решить полученную систему линейных уравнений используя метод Гаусса.
4. Графически изобразить найденную аппроксимирующую функцию и точки, заданные экспериментально.
5. Рассчитать погрешность полученной аппроксимации.

Пояснение. В первой строке значения *x* общие для вариантов 1 – 10 и 11- 20. Далее значения *y* соответствующие варианту.

x	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
1	0,901	0,801	0,733	0,838	1,086	1,346	1,67	2,066
2	7,417	7,638	7,96	8,222	8,485	8,769	8,993	9,268
3	1,062	0,167	-0,555	-1,091	-1,584	-1,823	-1,867	-1,868
4	7,128	6,267	5,287	4,369	3,593	2,599	1,796	0,786
5	-1,208	-1,514	-1,791	-2,119	-2,288	-2,667	-2,828	-3,18
6	-6,519	-6,522	-6,439	-6,459	-6,444	-6,542	-6,605	-6,561
7	-0,021	0,127	-0,06	0,035	-0,126	-0,053	-0,147	-0,037
8	-2,91	-2,812	-2,666	-2,882	-2,95	-3,229	-3,509	-4,161
9	6,225	5,503	4,604	3,719	2,838	1,719	0,594	-0,478
10	1,625	2,015	2,374	2,68	3,245	3,818	4,429	5,298

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
11	-1,501	-0,622	-0,07	0,094	-0,441	-1,503	-3,064	-5,162
12	-2,429	-2,197	-1,2	1,06	4,224	8,352	13,694	19,82
13	-22,213	-10,68	-6,781	-10,528	-21,919	-40,985	-67,716	-101,922
14	-17,145	-4,716	3,546	7,443	7,133	2,556	-6,366	-19,464
15	13,109	7,129	3,816	3,382	5,677	10,629	18,49	29,16
16	-34,906	-11,121	-2,769	-9,832	-32,22	-70,202	-123,348	-192,238
17	-13,417	-1,194	2,561	-1,872	-14,893	-36,283	-66,141	-104,378
18	5,025	4,464	1,032	-4,892	-13,687	-24,955	-39,054	-55,614
19	0,109	4,211	5,528	4,021	-0,19	-7,185	-16,875	-29,14
20	-2,993	-4,182	-5,593	-7,048	-8,466	-10,207	-11,862	-13,829

Лабораторная работа 7.

Вычислить определенный интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью $\varepsilon = 0{,}001$.

1. Разобраться в структуре макросов, приведенных в примерах.
2. Проверить полученное значение с помощью **Макроса**. Тексты макросов приведены в Приложении. Подынтегральную функцию оформить в качестве подпрограммы.

Номер варианта		Номер варианта	$f(x)$
1	$\int_0^1 cos\left(x+x^3\right)dx$	11	$\int_0^1 sin\left(x^4+2x^3+x^2\right)dx$
2	$\int_0^1 e^{sin\,x}dx$	12	$\int_0^1 sin\,x\cdot e^{-x^2}dx$
3	$\int_0^1 e^{cos\,x}dx$	13	$\int_0^1 chx^2dx$
4	$\int_0^1 cos\,x^2dx$	14	$\int_0^1 sin\left(x+x^3\right)dx$
5	$\int_0^1 cos\,x\cdot e^{-x^2}dx$	15	$\int_1^2 sin\,2x\cdot e^{-x^2}dx$
6	$\int_1^2 e^{-\left(x+\frac{1}{x}\right)}dx$	16	$\int_1^2 ln\,x\cdot(x+1)^{-1}dx$
7	$\int_{\pi/2}^{\pi} \sqrt{x}\cdot e^{-x^2}dx$	17	$\int_0^1 cos\left(x^2+2x\right)dx$
8	$\int_0^1 cos\,x^3dx$	18	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} ln\,sin\,xdx$
9	$\int_0^{\pi} cos(2\,sin\,x)dx$	19	$\int_0^{\pi} x^2\cdot e^{-x^2}dx$
10	$\int_0^1 x^4\cdot e^{-x^2}dx$	20	$\int_{\pi/2}^{\pi} cos\left(x^2+x^3\right)dx$

Пример 1. Вычислить приближенное значение интеграла $\int_0^1 \sqrt{2x+1}dx$ методом трапеций.

Текст макроса.

```
Sub integral()
Dim a As Single, b As Single, eps As Single
a = Range("a").Value
b = Range("b").Value
eps = Range("eps").Value
```

```
n = 1
res0 = (fnf(a) + fnf(b)) / 2!
res = res0 * (b - a)
10 n = n * 2
   n1 = n - 1
   zz = res
   h = (b - a) / n
   s = res0
   For i = 1 To n1
   x = a + i * h
   s = s + fnf(x)
   res = s * h
   Next i
   ts = Abs(res - zz) / 3!
   If (ts > eps) Then GoTo 10
   res = res - ts
   Range("c6").Value = n
   Range("fc").Value = res


  End Sub

Function fnf(x) As Single

fnf = Sqr(2 * x + 1)
End Function
```

Обозначения в программе a – нижний предел интегрирования, b – верхний предел интегрирования, eps – погрешность.

Вычисления по программе дадут следующий результат: $int = 1,3987$.

Пример 2. Вычислить приближенное значение интеграла $\int\limits_0^1 \sqrt{2x+1}dx$ методом Симпсона.

Текст макроса.

```
Sub integral()
Dim a As Single, b As Single, eps As Single
a = Range("a").Value
b = Range("b").Value
eps = Range("eps").Value


n = 1
c = (a + b) / 2!
res0 = (fnf(a) + fnf(c) + fnf(b)) / 6!
res = res0 * (b - a)
10 n = n * 2
  m = n * 2
  m1 = m - 1
   zz = res
   h = (b - a) / m
```

```
    s = fnf(a) + fnf(b)
    For i = 1 To m1
    z = 3! - (-1) ^ i
    x = a + i * h
    s = s + z * fnf(x)
    Next i
    res = s * h / 3!

ts = Abs(res - zz) / 15!
    If (ts > eps) Then GoTo 10
    res = res - ts

    Range("c6").Value = n
    Range("fc").Value = res


   End Sub

Function fnf(x) As Single

fnf = Sqr(2 * x + 1)

End Function
```

Обозначения в программе a – нижний предел интегрирования, b – верхний предел интегрирования, eps – погрешность.

Вычисления по программе дадут следующий результат: $int = 1{,}3987$.

Лабораторная работа 8.

Дано уравнение $y' = f(x,y)$ и начальное условие $y(x_0) = y_0$. Решить уравнение приближенно на отрезке $[x_0, x_n]$ методом Эйлера и Рунге – Кутта. Погрешность вычислений: ε = 0,001 (метод Эйлера) и ε = 0,0001 (метод Рунге – Кутта).

1. Разобраться в структуре макросов приведенных в примерах.
2. Внести необходимые изменения в макросы, составить подпрограммы для вычисления необходимых функций..
3. Выбрать шаг расчета для достижения необходимой погрешности, используя правило Рунге.
4. Выполнить расчеты, построить график полученного решения.

Вариант	$f(x,y)$	x_0	y_0	x_n	Вариант	$f(x,y)$	x_0	y_0	x_n
1	$\dfrac{3x^2}{x^3+y+1}$	0	1	1	11	$\dfrac{x^2+y^2}{10}$	1	1	2
2	y	1	1	2	12	$\dfrac{1}{x^2+y^2}$	0,5	0,5	1,5
3	$x+y$	1	1	2	13	x^2+xy^3	0	0	1
4	$-\dfrac{y}{1+x}$	0	2	1	14	$\sqrt{xy}+1$	0	0	2
5	$y-\dfrac{2x}{y}$	0	1	1	15	x^2+xy+y^2	0	0	2
6	$x^3-\dfrac{2y}{x}$	1	2	3	16	$2xy^3-1$	0	0	1
7	$\dfrac{y}{2\sqrt{x}}$	4	1	6	17	$\dfrac{x^2+y^2}{12}$	2	3	3
8	$(2y+1)ctgx$	π/4	1/2	π	18	$\dfrac{1}{3x^2+y^2}$	1	2	3
9	$\dfrac{y+\sqrt{x^2+y^2}}{x}$	1	0	2	19	$\dfrac{4x^2+y^2}{4}$	0	-1	1
10	$\dfrac{y^2}{x^2}-\dfrac{y}{x}$	-1	1	1	20	$\sqrt{xy}-2$	1	2	3

Пример 1. Решить методом Эйлера задачу Коши на отрезке $[0; 0,6]$ для уравнения $y' = x + y$, если $y(0) = 1$.

Текст макроса.

```
Sub Eiler()
Dim n As Integer, n1 As Integer
x0 = Range("b3").Value
xn = Range("d3").Value
y0 = Range("c3").Value
h = Range("e3").Value
hp = Range("f3").Value
```

```
Dim g(10000)
n = (xn - x0) / h
n1 = (xn - x0) / hp
d = n / n1
k = 1

g(1) = y0
x = x0
Range("i2").Value = x0
Range("j2").Value = y0

For i = 1 To n
g(i + 1) = g(i) + fnf(x, g(i)) * h
 x = x + h

  If i = Int(d * k) Then
   Cells(k + 2, 9).Value = x
   Cells(k + 2, 10).Value = g(i)
   k = k + 1
  End If

Next i

      End Sub

Function fnf(x, y) As Single

fnf = x + y

End Function
```

Обозначения в программе h – шаг расчета, hp – шаг вывода результата.
Вычисления по программе дадут следующий результат:

x	y
0	1
0,1	1,109023
0,2	1,241121
0,3	1,397616
0,4	1,581073
0,5	1,794326
0,6	2,040506

Пример 2. Решить методом Рунге-Кутта задачу Коши на отрезке $[0;\ 0{,}6]$ для уравнения $y' = x + y$, если $y(0) = 1$.
Текст макроса.

```
Sub Runge()
Dim n As Integer, n1 As Integer
x0 = Range("b3").Value
xn = Range("d3").Value
y0 = Range("c3").Value
h = Range("e3").Value
```

```
hp = Range("f3").Value

Dim g(10000)
n = (xn - x0) / h
n1 = (xn - x0) / hp
d = n / n1
k = 1

g(1) = y0
x = x0
Range("i2").Value = x0
Range("j2").Value = y0

For i = 1 To n
 fk1 = fnf(x, g(i))
 x1 = x + h / 2!
 z1 = g(i) + h / 2! * fk1
 fk2 = fnf(x1, z1)
 z2 = g(i) + h / 2! * fk2
 fk3 = fnf(x1, z2)
 fk4 = fnf(x + h, g(i) + h * fk3)
 dy = h / 6! * (fk1 + 2! * fk2 + 2! * fk3 + fk4)
 g(i + 1) = g(i) + dy
 x = x + h

 If i = Int(d * k) Then
   Cells(k + 2, 9).Value = x
   Cells(k + 2, 10).Value = g(i)
   k = k + 1
  End If

 Next i

     End Sub

Function fnf(x, y) As Single

fnf = x + y

End Function
```

Обозначения в программе h – шаг расчета, hp – шаг вывода результата.
Вычисления по программе дадут следующий результат:

x	y
0	1
0,1	1,109133
0,2	1,241364
0,3	1,398019
0,4	1,581667
0,5	1,795147
0,6	2,041595