

Практическое занятие 12.

Дано уравнение $y' = f(x, y)$ и начальное условие $y(x_0) = y_0$. Решить уравнение приближенно на отрезке $[x_0, x_n]$ методом Эйлера и Рунге – Кутта. Погрешность вычислений: $\varepsilon = 0,001$ (метод Эйлера) и $\varepsilon = 0,0001$ (метод Рунге – Кутта).

1. Разобраться в структуре макросов приведенных в примерах.
2. Внести необходимые изменения в макросы, составить подпрограммы для вычисления необходимых функций..
3. Выбрать шаг расчета для достижения необходимой погрешности, используя правило Рунге.
4. Выполнить расчеты, построить график полученного решения.

Вариант	$f(x, y)$	x_0	y_0	x_n	Вариант	$f(x, y)$	x_0	y_0	x_n
1	$\frac{3x^2}{x^3 + y + 1}$	0	1	1	13	$\frac{x^2 + y^2}{10}$	1	1	2
2	y	1	1	2	14	$\frac{1}{x^2 + y^2}$	0,5	0,5	1,5
3	$x + y$	1	1	2	15	$x^2 + xy^3$	0	0	1
4	$-\frac{y}{1+x}$	0	2	1	16	$\sqrt{xy} + 1$	0	0	2
5	$y - \frac{2x}{y}$	0	1	1	17	$x^2 + xy + y^2$	0	0	2
6	$x^3 - \frac{2y}{x}$	1	2	3	18	$2xy^3 - 1$	0	0	1
7	$\frac{y}{2\sqrt{x}}$	4	1	6	19	$\frac{x^2 + y^2}{12}$	2	3	3
8	$(2y + 1)\text{ctgx}$	$\pi/4$	$1/2$	π	20	$\frac{1}{3x^2 + y^2}$	1	2	3
9	$\frac{y + \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$	1	0	2	21	$\frac{4x^2 + y^2}{4}$	0	-1	1
10	$\frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}$	-1	1	1	22	$\sqrt{xy} - 2$	1	2	3
11	$\frac{x + 1 - y^3}{3y^2}$	1	-1	3	23	$e^{x+y} + e^{x-y}$	0	0	0,5
12	$\frac{xy^2 + xy}{1 - x^2}$	0	0,05	0,5	24	$y^3 - x^3$	0	1	1

Пример 1. Решить методом Эйлера задачу Коши на отрезке $[0; 0,6]$ для уравнения $y' = x + y$, если $y(0) = 1$.

Текст макроса.

```
Sub Euler()
Dim n As Integer, n1 As Integer
x0 = Range("b3").Value
xn = Range("d3").Value
```

```
y0 = Range("c3").Value
h = Range("e3").Value
hp = Range("f3").Value
```

```
Dim g(10000)
n = (xn - x0) / h
n1 = (xn - x0) / hp
d = n / n1
k = 1
```

```
g(1) = y0
x = x0
Range("i2").Value = x0
Range("j2").Value = y0
```

```
For i = 1 To n
g(i + 1) = g(i) + fnf(x, g(i)) * h
x = x + h
```

```
If i = Int(d * k) Then
Cells(k + 2, 9).Value = x
Cells(k + 2, 10).Value = g(i)
k = k + 1
End If
```

```
Next i
```

```
End Sub
```

```
Function fnf(x, y) As Single
```

```
fnf = x + y
```

```
End Function
```

Обозначения в программе h – шаг расчета, hp – шаг вывода результата.

Вычисления по программе дадут следующий результат:

x	y
0	1
0,1	1,109023
0,2	1,241121
0,3	1,397616
0,4	1,581073
0,5	1,794326
0,6	2,040506

Пример 2. Решить методом Рунге-Кутта задачу Коши на отрезке $[0; 0,6]$ для уравнения $y' = x + y$, если $y(0) = 1$.

Текст макроса.

```
Sub Runge()
```

```

Dim n As Integer, n1 As Integer
x0 = Range("b3").Value
xn = Range("d3").Value
y0 = Range("c3").Value
h = Range("e3").Value
hp = Range("f3").Value

```

```

Dim g(10000)
n = (xn - x0) / h
n1 = (xn - x0) / hp
d = n / n1
k = 1

```

```

g(1) = y0
x = x0
Range("i2").Value = x0
Range("j2").Value = y0

```

```

For i = 1 To n
    fk1 = fnf(x, g(i))
    x1 = x + h / 2!
    z1 = g(i) + h / 2! * fk1
    fk2 = fnf(x1, z1)
    z2 = g(i) + h / 2! * fk2
    fk3 = fnf(x1, z2)
    fk4 = fnf(x + h, g(i) + h * fk3)
    dy = h / 6! * (fk1 + 2! * fk2 + 2! * fk3 + fk4)
    g(i + 1) = g(i) + dy
    x = x + h

```

```

If i = Int(d * k) Then
    Cells(k + 2, 9).Value = x
    Cells(k + 2, 10).Value = g(i)
    k = k + 1
End If

```

```
Next i
```

```
End Sub
```

```
Function fnf(x, y) As Single
```

```
fnf = x + y
```

```
End Function
```

Обозначения в программе h – шаг расчета, hp – шаг вывода результата.
 Вычисления по программе дадут следующий результат:

x	y
0	1
0,1	1,109133
0,2	1,241364

0,3	1,398019
0,4	1,581667
0,5	1,795147
0,6	2,041595